Un siglo para resolver 23 problemas

Los matemáticos festejan el desafío lanzado en 1900 por David Hilbert sobre retos de su disciplina para el siglo

EL PAÍS

EL RETO DE HILBERT. El alemán David Hilbert era a principios de siglo uno de los matemáticos más prestigiosos. "Todo problema matemático es soluble", declaró ante sus colegas en 1900.

IGNACIO F. BAYO, **Madrid**

París, 1900. Los más eminentes matemáticos de todo el mundo celebran el II Congreso Internacional de su disciplina en un ambiente de optimismo, cuando no de franca satisfacción. En la mente de muchos de ellos se encuentra la idea, tantas veces repetida en la historia de otras áreas de la ciencia, de que el edificio de las matemáticas está prácticamente terminado y apenas queda para completarlo realizar algunos retoques y tapar huecos.

La idea queda en entredicho cuando el matemático más prestigioso del mundo por aquel entonces (junto al francés Henri Poincaré), el alemán David Hilbert (Königsberg, 1862; Göttingen, 1943), toma la palabra. "Estamos convencidos de que todo problema matemático es soluble. Definamos cada uno de ellos y encontremos la solución", les dice antes de exponer los 23 problemas o temas que debían ser objeto de investigación y resolución durante el siglo entonces naciente.

Pese a su optimismo introductorio, el enunciado de las cuestiones, demasiado complicado para los profanos, sugiere una serie de vacíos de enorme calado que invalidan la idea de un edificio a punto de concluirse. La propuesta de Hilbert era considerada por aquel entonces como un ambicioso programa de trabajo para toda la centuria y de hecho, al decir de muchos matemáticos, ha orientado el desarrollo de la disciplina durante mucho tiempo.

Tal fue la opinión, entre otros, por los eminentes matemáticos españoles Julio Rey Pastor y José Babini, que en su *Historia de la Matemática*, aseguran: "En gran medida la matemática del siglo actual ha surgido del estudio de esos problemas en su mayor parte resueltos pero, lo que es más importante, dejando tras de sí nuevos problemas".

La mayor parte de los matemáticos actuales son más críticos y subrayan que a lo largo del siglo han surgido áreas de investigación consideradas ahora trascendentales y que Hilbert ni atisbó.

La suerte corrida por los famosos 23 problemas ha sido muy dispar. Algunos de ellos están considerados actualmente como mal planteados, demasiado vagos o carentes de sentido. Es el caso del cuarto problema, que pretendía buscar la demostración de que la línea recta es la conexión más corta entre dos puntos, que sólo tiene sentido en la geometría euclidiana. Esta concepción clásica del espacio fue desbordada por otras posibles geometrías surgidas ya en el siglo XIX y que dieron lugar, entre otras cosas, a la Teoría de la Relatividad de Einstein.

Otro ejemplo es la pretensión del problema sexto de establecer los axiomas de la física, considerada hoy como un sinsentido, entre otras cosas por la indeterminación implícita en la mecánica cuántica, la explicación de la realidad a escala atómica.

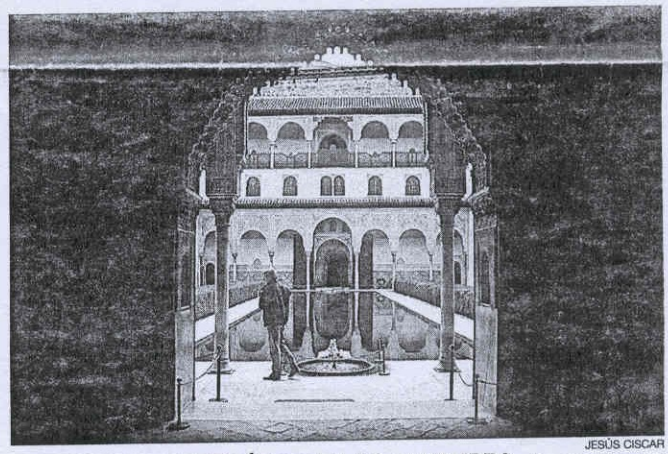
Los primeros frutos del programa de Hilbert se obtuvieron en el mismo año 1900, cuando se resolvió el problema tercero sobre la posibilidad de descomponer un poliedro en trozos que pudieran formar otro poliedro. Muchos otros problemas han ido resolviéndose a lo largo del siglo, algunos mediante la demostración de su invalidez o su imposibilidad. Quizás el más famoso de ellos es el de la búsqueda de una base absolutamente consistente para la Aritmética (que constituye la esencia del problema segundo) que Kurt Gödel echó por tierra con su teorema de incompletud, al afirmar que no hay ningún medio de demostrar todas las verdades y axiomas de las matemáticas.

También se encontraban entre las propuestas de Hilbert algunos problemas que han sido campo fructífero de trabajo para los matemáticos del siglo, como el problema decimosexto, sobre topología de curvas y superficies, o el que cerraba la lista, sobre la extensión del cálculo de variaciones, al que dedicó en su discurso más espacio que a los 22 problemas precedentes.

Pese a la visión crítica que desde la actualidad se puede hacer del programa de Hilbert, la Unión Matemática Internacional decidió en 1992 celebrar el centenario del famoso discurso de París declarando el 2000 como el Año Internacional de las Matemáticas; celebración apoyada, entre otras organizaciones, por la Unesco. Entre la multitud de eventos que se han preparado para la ocasión se encuentra un congreso que se celebrará en la Universidad de California de Los Angeles (UCLA) entre el 7 y el 12 de agosto, cuyo título, *Desafíos matemáticos del siglo XXI* remeda obviamente la propuesta de Hilbert. Está confirmada ya la presencia en este encuentro de la mayor parte de los matemáticos más importantes de la actualidad.

La situación, sin embargo, es muy diferente a la de hace un siglo. La especialización dentro de las matemáticas se ha multiplicado y probablemente no hay en la actualidad una figura como la de Hilbert, quien trabajó en muchos campos y destacó en varios de ellos. Según expusieron en 1982 Philip J. Davies y Reuben Hersch en su libro divulgativo *The mathematical experience* (*Experiencia matemática*. Ed. Labor, 1988), el número de subespecialidades matemáticas supera el millar e incluso podría acercarse, hilando fino, a 3.000 categorías. Según sus cálculos, existen unas 1.600 revistas especializadas que en conjunto publican más de 200.000 teoremas nuevos cada año (¡más de 500 diarios!), una cifra tan descomunal que impide no ya sólo estar al día en todos los campos de la matemática sino incluso intentarlo dentro de una especialidad.

Eso explica que los congresos internacionales actuales parezcan en ocasiones una Torre de Babel, donde las exposiciones de los ponentes sólo son inteligibles para un escaso número de oyentes e inevitablemente los participantes acaban agrupándose según afinidades de especialización. Este proceso de compartimentalización será una característica en el siglo próximo, aunque no cabe descartar que surja un nuevo Hilbert, capaz de dar trabajo a todos.



JESÚS CISCAR

UN PRODIGIO MATEMÁTICO EN LA ALHAMBRA. Los expertos han demostrado en este siglo que hay 17 formas de rellenar un espacio con poliedros idénticos. Todas ellas ya fueron plasmadas por los artesanos de la Alhambra en la Edad Media

17 formas de rellenar un plano

Uno de los problemas clásicos de las matemáticas ha sido el conocido como de teselado o friso, que consiste en determinar de cuantas formas diferentes puede rellenarse por completo un plano con figuras geométricas idénticas. Entre los problemas planteados por Hilbert, el número dieciocho se dedica a esta cuestión, ampliada a la posibilidad de rellenar un espacio con poliedros congruentes (figuras tridimensionales idénticas entre sí). En 1910, Ludwig Bieberbach demostró que el número de posibilidades era finito y posteriormente se concluyó que sólo había 17 formas simples (cuya combinación puede dar lugar a más figuras complejas) de cubrir un plano. Lo curioso fue comprobar posteriormente que entre el conglomerado decorativo que adorna la Alhambra se pueden encontrar las 17 formas simples representadas.

El artista holandés Maurits C. Escher (1898-1972) abordó inconscientemente este problema desde su especial concepción del arte, mostrando en muchos de sus grabados buena parte de las soluciones que cumplen el requerimiento del problema del friso. Su obra ha sido objeto de admiración por parte de los matemáticos y está considerada como una forma intuitiva de resolución de otros muchos y complejos problemas matemáticos. Entre otros, el famoso físico y matemático británico Roger Penrose ha confesado haberse inspirado en ocasiones en dibujos de Escher.

Sobre la posibilidad de extender esta demostración al espacio tridimensional se han dado pasos intermedios, como el de Georg Hajos en 1941, corroborando la "hipótesis de Minkowski" para cubrir un espacio mediante cubos.